Curvas e Superfícies, FGV/EMAp 2021 Lista 8 #
Asla Medeiros e Sá (data de entrega: 14/06/2021)

Tópicos: *primeira forma fundamental*, *segunda forma fundamental*.

---

1. Estudo do cilindro:
   (a) Escolha uma parametrização de parte de uma superfície cilíndrica regular.
   (b) Desenhar, em software gráfico, as seções normais para um ponto da imagem da parametrização escolhida. Observe as direções em que as curvaturas das cuvas definidas pela seção normal são máxima e mínima.
   (c) Defina uma aplicação normal de Gauss para a parametrização escolhida.
   (d) Calcule os coeficientes da primeira forma fundamental para um ponto da parametrização proposta.
   (e) Calcule a área coberta pela parametrização proposta por você.
   (f) Calcule os coeficientes da segunda forma fundamental para o mesmo ponto analisado anteriormente.
   (g) Calcule as curvaturas principais e as direções principais para os pontos escolhidos do cilindro.

2. Para o paraboloide hiperbólico dado pela parametrização $X(u,v) = (u, v, v^2 - u^2)$, $(u,v) \in \mathbb{R}^2$, faça:
   (a) Desenhar, em software gráfico, as seções normais para um ponto do cilindro. Observe as direções em que as curvaturas das cuvas definidas pela seção normal são máxima e mínima.
   (b) Calcule os coeficientes da segunda forma fundamental para o mesmo ponto $q = (0,0)$.
   (c) Calcule as curvaturas principais, a curvatura gaussiana e a curvatura média para esse ponto.

3. Para a *sela de macaco* dada pela parametrização $X(u,v) = (u, v, u^3 - 3uv^2)$, $(u,v) \in \mathbb{R}^2$, faça:

(a) Desenhar, em software gráfico, as seções normais para um ponto do cilindro. Observe as direções em que as curvaturas das cuvas definidas pela seção normal são máxima e mínima.

(b) Calcule os coeficientes da segunda forma fundamental para o mesmo ponto $q = (0, 0)$.

(c) Calcule as curvaturas principais, a curvatura gaussiana e a curvatura média para esse ponto.

4. Mostrar que planos são superfícies totalmente umbilicas.

5. Mostrar que esferas são superfícies totalmente umbílicas.

6. Detalhar a demonstração da página 4 das notas de aula (feitas também na aula em vídeo) que mostra que a curvatura das curvas definidas pelas seções normais coincide com a segunda forma fundamental. Isto é:

$$k_\alpha(0) =< \alpha'', N(p) >=< -dN_p w, w >= II_p$$