30/04/2021

Superfícies

Def.: $S \subseteq \mathbb{R}^3$ é uma superfície se $\forall p \in S$, existe $U \subseteq \mathbb{R}^2$ aberto e $W \subseteq \mathbb{R}^3$ aberto, $p \in W$, e $S \cap W$ homeomorfo a U.

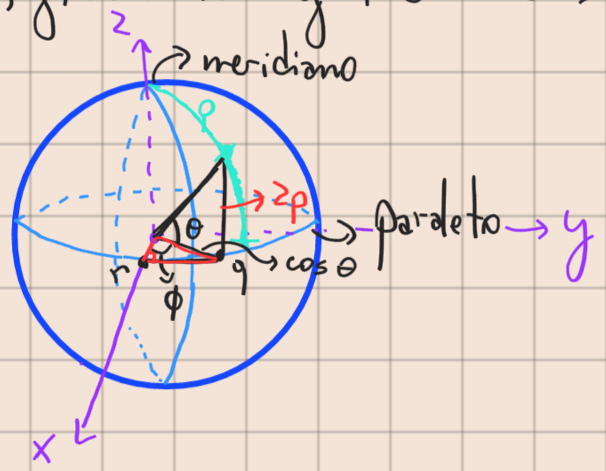
$$\Updownarrow$$

$$\exists\, \sigma : U \to S \cap W,$$

σ bijetiva, contínua com σ^{-1} contínua é um patch.

Exemplo: A esfera

$$S^2 = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 = 1\}$$

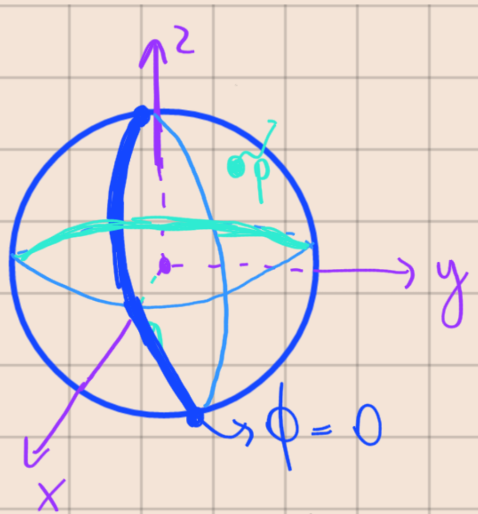


$$\begin{cases} z_p = \sin\theta \\ y_p = \sin\phi\cos\theta \\ x_p = \cos\phi\cos\theta \end{cases}, \quad \begin{array}{l} \theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ \phi \in [0, 2\pi] \end{array}$$

Não pode conjunto fechado

$$\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \quad \phi \in (0, 2\pi)$$

$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \times (0, 2\pi)$ é aberto

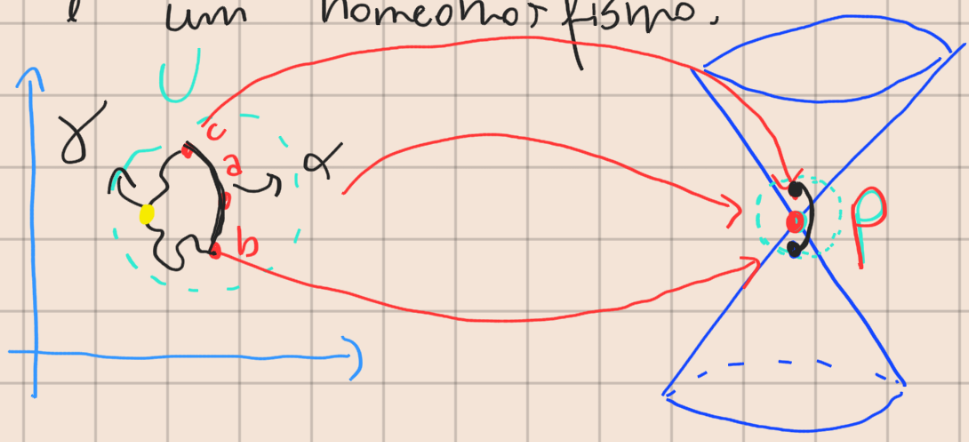


$$\tilde{\sigma}(\theta, \phi) = (-\cos\theta\cos\phi, -\sin\theta, -\cos\theta\sin\phi)$$

Exemplo 2: Cone

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = z^2\}$$

Supor que é uma superfície. Seja $p = (0,0,0)$
Existe $\sigma : U \to S \cap W$, $(0,0,0) \in W$ e
σ é um homeomorfismo.



Interpretação e visualização no Geogebra foram gravadas.