Monitoria 10/03/2022

Lista 3

Exercício 1: ver site com notebook no SageMath.

Exercício 6: Olhar
https://en.wikipedia.org/wiki/Hessian_matrix#Vector-valued_functions

O que é derivada? Aproximação linear da função.

$$f : U \to \mathbb{R}^n, \ U \subseteq \mathbb{R}^m,$$

f é diferenciável em $a \in U$ se existe transformação linear $T : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ tal que

$$f(a+v) - f(a) = T \cdot v + r(v)$$

Aproximação linear

com $\lim \dfrac{r(v)}{\|v\|} = 0$

Logo $f' : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^{2\times 2}$ é a derivada e
$f'' : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^{2\times 2\times 2}$.

Uma representação para f'' é

$$\left[\left[f_1'' \right], \left[f_2'' \right] \right]$$

Exercício 9: Seja Φ um movimento rígido, isto é,

$$\|\Phi(p) - \Phi(q)\| = \|p - q\|,$$

nesse caso $\Phi(p) = Ap + p_0, \ \forall p \in \mathbb{R}^2.$
$\hookrightarrow$ A é operador linear ortogonal

Sejam os pontos p, q, r em uma reta. Assim

$$\Phi(q) - \Phi(p) = A(\overbrace{q-p}^{u}) = Au$$
$$\Phi(r) - \Phi(q) = A(\underbrace{r-q}_{v}) = Av$$

Como $u = Kv \Rightarrow Au = K(Av) \Rightarrow Au$ e Av são paralelos, logo $\Phi(p), \Phi(q)$ e $\Phi(r)$ estão na mesma reta.

E para círculos, lembre que $\{P \in \mathbb{R}^2 : \|P - C\| = r\}$ define um círculo de centro C e

$$\|\Phi(P) - \Phi(C)\| = \|P - C\| = r.$$