

## Equações Diferenciais Parciais 2021.2

Escola de Matemática Aplicada, Fundação Getulio Vargas

Professor Moacyr Alvim Horta Barbosa da Silva

Monitor Lucas Machado Moschen

Entrega 02/09/2021

---

### Lista 2

**Exercício 1** Exiba as equações diferenciais características do problema de valor inicial

$$\begin{cases} F(u, u_t, u_x, x, t) = 0 \\ u(x, 0) = f(x), \end{cases}$$

onde  $u$  depende apenas de duas variáveis  $(x, t)$ .

**Exercício 2** Calcule as características das equações abaixo. Onde indicado, use as características para encontrar uma expressão da solução.

(a) Advencção (transporte):

$$\begin{cases} u_t + c \cdot u_x = 0 \\ u(x, 0) = f(x). \end{cases}$$

Encontre a solução para todo  $x \in \mathbb{R}$  e  $t \geq 0$

(b) Burgers:

$$\begin{cases} u_t + c \cdot u \cdot u_x = 0 \\ u(x, 0) = f(x), \end{cases}$$

com a condição inicial

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 0 \\ -x/2 + 2, & x \in (0, 2) \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}.$$

Mostre que não há ocorrência de choques antes de  $t = 2$ . Faça um esboço de cinco momentos da solução integral,  $h_i(x) = u(x, i)$  para  $i = 1, 2, 3, 4$ .

(c) Exemplo livro Evans:

$$\begin{cases} xu_t - t \cdot u_x = u, \\ u(x, 0) = f(x), \end{cases}$$

$x \geq 0, t \geq 0$ . Determine a solução  $u(x, t)$  para todo  $(x, t)$  no primeiro quadrante.